**Matematika emelt szintű érettségi előkészítő foglalkozás**

11 – 12. ÉVFOLYAM

A tantárgy heti/ éves óraszáma:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | A tantárgy heti óraszáma | A tantárgy éves óraszáma |
| 11. évfolyam | 2 | 74 |
| 12. évfolyam | 2 | 64 |

Ajánlás:

Ezt a tantervet azoknak a tanulóknak ajánljuk, akik matematikából emelt szintű érettségi vizsgára készülnek, mert matematika-igényes felsőoktatásban kívánnak részt venni. Feltételezzük, hogy ezek a tanulók a 10. évfolyam végéig előírt tantárgyi követelményeket kifogástalanul teljesítették.

Cél:

• Azoknak a tanulóknak, akiknek a továbbtanulásuk során a matematikára mint alkalmazott tudományra lesz szükségük, a 11 – 12. évfolyamon a korábban tanult ismereteiket bővíteni, magasabb szintre hozni, a matematika különböző területei közötti kapcsolatokat feltárni, különböző tudományokban való alkalmazási lehetőségeket megmutatni elengedhetetlenül szükséges.

• Célunk a matematika tanításával segíteni mindazokat a tudományágakat, témaköröket, műveltségi területeket, melyek erősen építenek matematikai ismeretekre, módszerekre.

Annak elérése, hogy a tanuló képes legyen hipotéziseket megfogalmazni, és sejtéseit bizonyított állításaitól megkülönböztetni; magas szintű kombinatív készséggel rendelkezzen, gondolkodása kreatív legyen; képes legyen gondolatmenetében érthetően, világosan alkalmazni a matematikai modellalkotás lépéseit (probléma megfogalmazása, matematikai formába öntése, összefüggések keresése, az eredmények matematikai módszerekkel történő kiszámítása, igazolása, értelmezése).

• A cél elérése érdekében az évfolyam anyagában szereplő kombinatorikai, trigonometriai, koordináta-geometriai, a lineáris algebra, a differenciálszámítás, a statisztika elemeinek tanításakor van lehetőség az alkalmazások bemutatására.

• Fontos, hogy önálló kutatómunkát is tudjanak a tanulók végezni kisebb témákból, pl.

matematikatörténeti kérdésekből. Ehhez a könyvtárhasználat mellett az informatikai ismereteiket, az INTERNET hálózatot is használhatják

• A tehetséges, érdeklődő tanulók felkészítése az OKTV fordulóira.

Követelmény:

• A tanulók ismerjék a permutáció, variáció, kombináció fogalmát, a binomiális tételt. Tudják ezeket feladatok megoldásában alkalmazni.

• Tudjanak exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenleteket, egyenlőtlenségeket megoldani, azonosságokat igazolni.

• Tudják, hogy a megoldás során mikor végeznek ekvivalens lépéseket, miként lehet a fellépő hamis gyököket kizárni.

• Tudjanak e témakörökben kétismeretlenes másodfokúra vezető egyenletrendszereket megoldani. Ismerjék az ellenőrzés fontosságát, s módját.

• Ismerjék a sorozat fogalmát, a sorozat határértékének fogalmát, s néhány sorozat esetén ennek megállapítását.

Tudjanak számtani és mértani sorozattal kapcsolatos feladatokat megoldani.

• Ismerjék a függvény folytonosságának, határértékének és deriválhatóságának fogalmát.

• Tudják a tanult differenciálási szabályokat a függvényvizsgálatban és szélsőértékek meghatározásában alkalmazni.

• Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait.

• Tudják ezt alkalmazni a trigonometriában és a koordináta-geometriában.

• Ismerjék a sinus- és cosinus tételt, az addíciós képleteket, s tudják ezeket feladatok megoldásában alkalmazni.

• Ismerjék az egyenes egyenletét, illetve egyenletrendszerét (síkban és térben), a kör és a kúpszeletek tanult egyenleteit.

• Tudjanak koordináta-geometriai feladatokat megoldani.

• Ismerjék az átlag és szórás fogalmát és jelentőségét, Csebisev tételéből eredő következtetéseket.

• Ismerjék a valószínűség fogalmát mint mértékfogalmat.

• Ismerjék az eseményalgebra elemi fogalmait és ezek összefüggéseit.

• Tudjanak klasszikus valószínűségi feladatokat megoldani.

• Ismerjék a tanult altémák matematikatörténeti vonatkozásait különös tekintettel a magyar matematikusok munkásságára.

Tartalom:

Az emelt szint tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatók, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik.

Kompetenciák:

*Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok*

- Legyen képes a tanuló adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.

- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.

- Lássa az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.

- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.

- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, s legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.

- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.

- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

*Számelmélet, algebra*

- Legyen képes a tanuló betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.

- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).

- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.

- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.

- Az *emelt szinten* érettségiző diáknak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

*Függvények, az analízis elemei*

- Legyen képes a tanuló a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.

- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, elemezze a halmazok közötti kapcsolatokat.

- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.

- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

*Geometria, koordináta-geometria, trigonometria*

- Tudjon a tanuló síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszetekkel - két dimenzióban vizsgálni.

- Vegye észre a szimmetriákat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.

- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.

- Tudjon mérni és számolni hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.

- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.

- Az *emelt szinten* érettségiző diák tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét.

*Valószínűség-számítás, statisztika*

- Értse a tanuló a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét.

- Ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.

- Az *emelt szinten* érettségiző diák tudjon egyszerűbb véletlenszerű jelenségeket modellezni és a valószínűségi modellben számításokat végezni.

- *Emelt szinten* ismerje a véletlen szerepét egyszerű statisztikai mintavételi eljárásokban.

11. ÉVFOLYAM

|  |  |
| --- | --- |
| Tematikai egység címe | órakeret |
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 15 óra |
| 2. Számtan, algebra | 18 óra |
| 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | 5 óra |
| 4. Geometria | 19 óra |
| 5. Valószínűség, statisztika |  5 óra |
| Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a) | 7 óra |
| Ellenőrzés, számonkérés | 5 óra |
| Az összes óraszám | 74 óra |

*Halmazok, matematikai logika elemei 5 óra*

Cél:

-A tanult halmazelméleti alapismeretek felhasználása a tanítandó anyag különböző területein: egyenleteknél, függvényeknél, az analízisben, ponthalmazoknál.

-A matematikai logika elemeinek tudatos alkalmazása a matematikai feltételekben, a következtetéseknél és a bizonyítási módszereknél.

- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és diszjunkció szerepének megláttatása az egyenletek,egyenlőtlenségek megoldásakor.

- A kvantorok szerepe (pl. az analízis fogalmainak kialakításához).

Követelmény:

-A tanulók az indukciós bizonyítások mellett értsék meg a deduktív következtetési módszert.

-A tanulók legyenek tisztában a változatos feladatokban megismert teljes indukciós bizonyítás logikájával, ismerjék fel az olyan problémákat, ahol önállóan is tudják alkalmazi ezt a módszert.

-A tanult bizonyításokat tudják reprodukálni.

- Az egyenletek megoldásakor keressenek ekvivalens módszereket, s tudják, hogy ha erre nincs lehetőség, akkor ellenőrzéssel bizonyítható, hogy egy gyök megoldás, illetve ellenőrzéssel szűrhetőki a hamis gyök.

- Értsék és megfelelően használják a "minden" és a "létezik" szavakat.

Előzmény:

Az előző tanévekben szereplő halmazelmélet és a matematikai logika elemeinek, egyenletmegoldási módszereknek, bizonyítási módszernek ismerete.

Tartalom

- A teljes indukciós bizonyítási módszer

- Negáció, diszjunkció, konjunkció

-Implikáció, ekvivalencia.

-Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.

-Univerzális és egzisztenciális kvantor

*A matematikai logika elemei 4 óra*

Cél:

A matematikát további tanulmányaikban alkalmazni kívánó tanulóknál különösen fontos, hogy értsék és reprodukálni tudjanak tételek bizonyítását, szerkezetét (feltételek, állítások, megfordíthatóság stb.)

Állítások logikai értékének megállapítása. A bizonyításokban az és, a vagy, a nem, a következik, az akkor és csak akkor, szükséges és elégséges feltételek stb.) szavak, kifejezések helyes alkalmazása. A teljes indukciónak, mint bizonyítási módszernek a megértése és alkalmazása.

Követelmény:

Tudják, hogy az állításoknak kétféle logikai értéke lehet.

Ismerjék az egy- és kétváltozós műveleteket és tulajdonságait a logikai értékek körében.

Tudják, hogy mi a negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció és ekvivalencia

A tanult anyagban szereplőbizonyítási módszereket (pl. a teljes indukciót) ismerjék, s alkalmazni is tudják.

Előzmény:

A korábbi tanévekben szereplő matematikai logika elemeinek, s bizonyítási módszereknek ismerete.

Tartalom:

Állítások logikai értéke.

Negáció, konjunkció, diszjunkció.

Implikáció és ekvivalencia.

Az egy - és kétváltozós logikai műveletek tulajdonságai.

Kommutativitás, asszociativitás, kétféle disztributivitás.

De Morgan azonosságok.

Bizonyítások Venn-diagramos módszerrel.

*Kombinatorika 6 óra*

Cél:

-A kombinatorika feladataival és módszereivel a problémafelismerő- és megoldó képesség fejlesztése.

-A skatulyaelv módszerének ismerete.

-A feladatokkal a matematika gyakorlati használhatóságának és érdekes voltának megmutatása.

-Az ismeretek, a feladatok megértésének s azok megoldásával logikus gondolkodásra és pontosságra nevelés.

 -A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetettebb feladatokban.

-A binomális tétel szerepének megmutatása különbözőalkalmazásokban.

-A gráfokkal kapcsolatos elemi ismeretek s azok felhasználása a matematika különböző területein modellalkotásra.

-Az altéma történeti vonatkozásainak ismerete különös teintettel a "magyar matematikai iskola" kiemelkedő képviselőire.

Követelmény:

-Ismerjék fel, ha egy probléma megoldásához a skatulya-elv alkalmazása vezet el.

-Ismerjék fel a permutáció, variáció, kombináció alkalmazásainak lehetőségét (ún. ismétlés nélküli és ismétléses esetek.

-Ismerjék a binomiális tételt és alkalmazásait.

-Ismerjék a gráfokkal kapcsolatos alapfogalmakat, s ezek segítségével egyszerűfeladatokat tudjanak megoldani.

-Ismerjék az altéma történeti vonatkozásait, és a kombinatorika világhírű magyar művelőinek nevét, munkásságát.

Előzmények:

Kombinatorikából a korábbiakban szereplő módszerek ismerete (sorbarendezés, kiválasztás, fadiagram alkalmazása, "szorzási szabály", Pascal-háromszög csak érintőlegesen volt!).

Tartalom:

-A skatulya elv és felhasználása különböző feladatok megoldásában.

-Permutáció, variáció, kombináció (ismétlés nélküli és általános esetben is) megismert képleteinek bizonyítása általános esetben pl. teljes indukcióval.

-Binomiális tétel és alkalmazásai.

-Gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak (szögpont, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggőgráf, fagráf, kör).

-Egyszerűbb gráfelméleti tételek és bizonyításuk: fokszámok, élszámok, fagráf éleinek száma.

*Egyenletek, egyenlőtlenségek, azonosságok 18 óra*

Cél:

-Az egyenletekkel, egyenletrendszerekkel kapcsolatos ismeretek bővítése.

-Első-, illetve másodfokúra visszavezethető exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek megoldása.

-Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.

Követelmény:

-Tudjanak exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.

- Tudjanak egyszerübb összetett függvényeket tartalmazó egyenleteket megoldani.

-Tudják, hogy az egyenletekben szereplőfüggvények értelmezési tartománya és értékkészlete milyen szerepet játszik a megoldások vizsgálatakor.

-Tudják, hogy az egyenlet megoldása során mikor végzünk ekvivalens átalakítást.

-Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, és tudják,hogy ilyen esetekben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.

-Tudjanak trigonometrikus azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.

Előzmény:

Az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásának korábban tanult eljárásainak, tanult azonosságoknak ismerete.

Tartalom:

-Elsőfokúra, illetve másodfokúra visszavezethető exponencionális, logaritmikus, trigonometrikus egyenletek.

- Paraméteres egyenletek is. A megoldhatóság diszkussziója.

-Trigonometrikus azonosságok.

-Addíciós tételek.

*Vektorok, trigonometria 4 óra*

Cél:

-A vektorok skaláris és vektoriális szorzatának ismerete és a matematikán belül az elemi geometriában, a trigonometriában és a koordináta-geometriában való alkalmazása.

-A skaláris és a vektoriális szorzat felhasználása fizika tantárgy bizonyos problémáinak megoldására (pl. munka, forgatónyomaték).

-A sinus- és cosinustétel alkalmazásával háromszöggel, négyszöggel kapcsolatos számításos feladatok a síkban és térben. A gyakorlatban távolság, magasság, szög, sebesség, erőmeghatározása.

-A zsebszámológép célszerűhasználata, gyakorlati feladatokban megfelelőpontosságú értékek meghatározása.

Követelmény:

-Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját.

-Tudják a skaláris szorzatot alkalmazni a cosinustétel levezetésébenés trigonometriai feladatokban.

-Ismerjék a sinus- és cosinustételt, s tudják alkalmazni a háromszög hiányzó alkatrészeinek meghatározásában sík- és térgeometriai feladatok megoldásában és fizika tantárgy által felvetett bizonyos kérdések megoldásában.

Előzmény:

-Az elemi sík- és térgeometriai ismeretek.

-Vektorok összege, különbsége, szorzása skalárral

-Vektor felbontása összetevőkre, vektorkoordináták.

Tartalom:

-A skaláris szorzat fogalma és tulajdonságai, felhasználása feladatokban.

-A skaláris szorzat kiszámítása koordinátákkal.

- A sinus- és cosinustétel.

- Összetett feladatak megoldása síkban és térben.

-Az addíciós tételek és kétszeres szögek szögfüggvényei.

*Koordináta-geometria 5 óra*

Cél:

-Annak ismerete, hogy ponthalmazok jellemzése a koordinátarendszerben egyenletek, egyenlőtlenségek segítségével történik, továbbá, hogy ponthalmazok metszete egyenletrendszer megoldásával határozható meg.

-Az algebra és a geometria kapcsolata.

- Az egyenes, a kör, a kúpszeletek egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.

-A kúpszeletek szerepének ismerete a fizikában és a tudománytörténetben (pl. Kepler törvények).

- Ismerje meg a térbeli derékszögű koordinátarendszert.

Követelmény:

-Vektorműveletek és a vektorkoordináták kapcsolatának készségszintű alkalmazása.

-Ismerjék a koordináta-síkban lévőegyenes néhány egyenletét, a párhuzamosság és merőlegesség feltételét, a kör középponti és általános egyenletét.

-Ismerjenek néhány alapvetőponthalmazt síkban és térben(mértani helyet), és ezek felkutatását többféle módon.

-Tudják a kúpszeletek definícióját, szimmetria tulajdonságait, a parabola tengelyponti egyenletét, az ellipszis és hiperbola kanonikus egyenletét.Tudják ezen egyenleteket metszési és érintési feladatokban alkalmazni.

- Ismerjék a kúpszeletek érintőjének fogalmát és az érintkezés algebrai és geometriai feltételeit.

-Tudják a térelemek távolságát és szögét meghatározni.

-Ismerjék a térben egyenes és a sík koordináta-geometriai megadási módját.

Előzmény:

-A koordinátarendszerben adott pont és egyenes ábrázolásának biztos ismerete.

-Vektor műveletek koordinátákkal. Elemi geometria ismerete.

- Mértani helyek, háromszög nevezetes vonalai és pontjai.

-Elsőfokú, másodfokú függvény, lineáris törtfüggvény.

-A függvénytranszformációk és a geometriai transzformációk kapcsolata.

Tartalom:

-A térbeli derékszögűkoordinátarendszer, a pontok jellemzése a térben.

-Két pont távolsága, a szakasz osztópontjának koordinátái.

-A háromszög súlypontjának koordinátái.

-Irányvektor, normálvektor, iránytangens fogalma.

-Két egyenes hajlásszöge.

-Az egyenes irányvektoros egyenlete (síkban és térben).

- Síkban az egyenes normálvektoros és általános egyenlete. Adott ponton átmenőadott iránytangensű egyenes egyenlete.

-A párhuzamosság és merőlegesség feltétele.

-A sík egyenlete.

-Pont és egyenes távolsága.Szögfelezők egyenlete

-A kör középponti és általános egyenlete.

-Kúpszeletek definíciója, elemi tulajdonságai és speciális egyenletei.

-A másodfokú függvény grafikonja és a parabola.

-A lineáris törtfüggvény grafikonja és a hiperbola.

-A kúpszeletek érintői, az érintők egyenlete. A hiperbola aszimptotái.

-A tanult alakzatok egyenleteinek alkalmazása metszési és érintési feladatokban.

-Ismeretlen mértani helyek felkutatása koordinátageometriai úton.

*Valószínűségszámítás, statisztika 5 óra*

Cél:

-Annak beláttatása, hogy adatsokaságokat a számtani (illetve a súlyozott) közép s a szórás miként jellemzi.

- Matematikatörténeti feladatok felidézése.

-Ismerkedés az eseményalgebra alapfogalmaival,újabb egy - és kétváltozós művelettel.

- Játékesélyek meghatározása. A biológiában az öröklődési kérdések kapcsolata a valószínűség kombinatorikus meghatározási módjával.

-A figyelem felkeltése a valószínűségi feladatok érdekességére és sokoldalú használhatóságára.

- A statisztikával és valószínűséggel kapcsolatos ismeretek átismétlése és bővítése.

- A várható érték fogalmának és tulajdonságainak megismerése. A valószínűségi szemlélet fejlesztése olyan feladatok tárgyalásával, ahol a kísérletnek végtelen sok kimenetele lehet. Van nulla valószínűségű, de nem lehetetlen esemény. Annak beláttatása, hogy a valószínűség meghatározása geometriai mértékek segítségével történhet. (Hosszúság, terület, térfogat.)

- Ismerkedés a nagy számok törvényének szemléletes tartalmával. Ismerkedés a közvéleménykutatás elemeivel.

Követelmény:

-Ismerjék az átlag, a módusz, a medián és a szórás fogalmát és meghatározási módját.

-Ismerjék meg, hogy a számsokaság elemeinek eloszlását hogyan jellemzi az átlag és a szórás.

-Ismerjék, hogy ha egy valószínűségi kísérletben véges sok elemi esemény lehetséges és azok egyenlően valószínűek, akkor egy esemény valószínűsége kombinatorikus úton határozható meg.

-Ismerjék meg az eseményalgebra alapfogalmait.Tudják az események ellentettjének, összegének és szorzatának megállapítását, és ismerjék a műveleti azonosságokat.

-Egyszerűbb - kombinatorikus úton számolható - valószinűségi feladatok megoldása.

Ismerjék a várható érték fogalmát, s tudják azt kiszámítani egyszerübb valószínűségi változó esetén.

- Ismerjék a geometriai valószínűség fogalmát.

- Ismerjék az események függetlenségének fogalmát, és tudják megállapítani bizonyos eseményekről a függetlenséget.

- Ismerjék meg a binomiális eloszlású valószínűségi változót és tudják kiszámítani annak várható értékét és szórását..

- Tudjanak modelleket adni a binomiális valószínűségi változóhoz: urnás modell, sorsolás visszatevéssel. Lássanak példát más elosztású valószínűségi változókra is: pl. visszatevés nélküli sorsolás konkrét esetekben (hipergeometrikus eloszlás)

- Végtelen kimenetelű kísérlethez tudjanak modellt készíteni:kockadobás az elsőhatosig, geometriai eloszlás.

- Ismerkedjenek meg a nagy számok törvényének tartalmával.

Előzmény:

A tanult kombinatorikai ismeretek és a statisztika és valószínűség elemi ismeretei.

A halmazműveletek és azonosságainak ismerete. A kétváltozós műveletek fogalmának ismerete, a kommutatív, asszociativ és disztributiv tulajdonság.Venn-diagramos ábrázolás ismerete.

Tartalom:

-Átlag, szórás, módus, medián fogalma számsokaság esetén.

- Az átlagtól való eltérés a 2, 3 szórásnyi intervallumban. Csebisev tétele.

-Események egyenlősége, lehetetlen és biztos esemény fogalma, egymást kizáró események.

-Az ellentett események fogalma.

-Események összege, események különbsége, események szorzata.

-Az összeg- és szorzatesemények elemi tulajdonságai: kommutativitás, asszociativitás, a kétféle disztributivitás. Igazolás Venn-diagrammal.

-De Morgan azonosságok.

-A valószínűség fogalma mint mérték.

-A valószinűség kombinatorikus meghatározási módja és ennek felhasználása egyszerűbb

feladatok megoldásánál.

- Valószínűségi változó fogalma és tulajdonságai, ezek jellemzői: módus, medián, várható érték szórás.

- Események függetlensége. Független események felismerése a definíció alapján.

- A valószinűségi változó fogalma. Példák konkrét valószinűségi változókra.

- A binomiális eloszlás fogalma és jellemzői. Példák binomiális eloszlásra. Urnamodellek: visszatevéses és visszatevés nélküli sorsolások. A binomiális eloszlás várható értéke és szórása.

- Példa végtelen sok kimenetelű valószínűségi kísérletre: geometriai eloszlás. Ponthalmazok geometriai mértéke és események valószínűségeinek kapcsolata.

- A nagy számok törvénye: párhuzam a számsokaság esetén megismert Csebisev tételével, majd ennek értelmezése valószínűségi változó esetére.

*Ismétlés, a tanár által felhasználható órakeret 7 óra*

Cél:

A tanulók ismereteinek rendszerezése, a tanult fogalmak, tételek, eljárások ismétlése. A különböző témakörök közötti kapcsolatok megmutatása. Feladatok megoldása. Ha az időengedi, akkor a tanár által választott, az osztály (csoport) érdeklődésének megfelelő kiegészítő anyag vagy gyakorló, illetve nehezebb feladatok szerepeltetése.

Követelmény:

Az előző évfolyam tantervének altémáiban megfogalmazott követelmények.

Előzmény:

A tanév végén az év során tanított anyag ismerete, a legfontosabb anyagrészek alkalmazása.

Tartalom:

Az ismétlés során az év folyamán tanított tartalmak súlyponti részeinek kiemelése, s a különbözőanyagrészek közötti kapcsolatok kimutatása. Matematikatörténeti összefüggések, kapcsolatok

12. ÉVFOLYAM

Cél:

-A tanév főfeladata e tanulócsoportnak azemelt színtű érettségire és a felsőoktatásban az eredményes tanulásra való felkészítése.

-Ennek érdekében szükséges az alapos rendszerező összefoglalás, a biztos feladatmegoldás, s olyan ismeretekbe, matematikai módszerek alkalmazásába (pl. az integrálszámításba) való bevezetés, melyek a későbbi tanulmányaikban a matematikai anyag jó megértését s az alkalmazási készséget lehetővé teszik.

Követelmény:

- A tanulók ismerjék, hogy a matematikában az állítások igaz vagy hamis voltáról döntünk. Ehhez logikaikövetkeztetésekre, bizonyításokra van szükség. Ismerjék a konjunkció, diszjunkció, negáció szerepét a bizonyításokban, s a matematika különbözőterületein az alkalmazásokban.

- Ismerjék a kétoldali megközelítés módszerét (pl. a terület és térfogatszámításban), az integrál, az integrálhatóság, a primitív függvény definícióját. Tudják alkalmazni a Newton-Leibniz tételt, a határozott integrál tulajdonságait. Tudják, hogy a fizikában például a munka, a nyomóerő

a tömegközpont meghatározása integrál segítségével történhet. Ismerjék az integrálok a geometriában való fontos voltát, az ún. görbe alatti terület, illetve a forgástestek térfogatának meghatározásában. Tudják kiszámítani a tanult síkidomok területét, testek térfogatát és felszínét.

- Ismerjék a térelemek hajlásszögének, távolságának fogalmát. Legyenek képesek ezeket feladatokban alkalmazni.

- Legyenek tisztában a várható érték fogalmával. Ismerjék az eseményalgebra alapfogalmait és a valószínűség mint mérték fogalmát Ismerjék meg a binomiális eloszlást, és tudják jellemzőit: ismerjék az átlag, szórás, medián, várható érték fogalmakat és egyszerübb esetekben ezeket meg tudják adni. Ismerjék, hogy a geometriai mértékek segítségével olyan események valószínűségét is meg tudjuk határozni, melyeknek végtelen sok kimenetele lehet. Tudjanak ilyen feladatokhoz geometriai modellt alkotni.

-Az érettségire való felkészülés érdekében a rendszerező ismétlés segítségével meg kell, hogy erősödjenek a tanulókban a különbözőtémakörökben (a halmazok és matematikai logika; kombinatorika; számfogalom, műveletek, számolási eljárások; egyenletek; lineáris algebra; függvények, sorozatok; analízis; geometriai transzformációk; geometriai mértékek; vektorok, trigonometria, koordináta-geometria; statisztika és valószínűségszámítás, tanult fogalmak, összefüggések, eljárások. Ezeket tudják alkalmazni matematikai feladatokban és a természettudományok megfelelőterületein.

-Tudják megfogalmazni azt, hogy a matematika eredményeit hol és hogyan használják a szaktudományokban és a gyakorlati életben.

Előzmény:

Az új anyag tanításához szükséges a korábbiakban tanult logikai, analízisbeli, geometriai alakzatokra és mértékekre vonatkozó, statisztikai és valószínűségszámítási ismeretek.

A rendszerező összefoglalást segíti, ha a tanult matematika anyag súlypontjait már a korábbi évek évvégi ismétlésekor kiemeltük, s a különböző témák közötti összefüggésekre rámutattunk.

|  |  |
| --- | --- |
| Tematikai egység címe | órakeret |
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 0 óra |
| 2. Számtan, algebra | 0 óra |
| 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | 25 óra |
| 4. Geometria | 5 óra |
| 5. Valószínűség, statisztika | 0 óra |
| Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret (a kerettantervben ún. szabad órakeret, az éves óraszám 10%-a) | 28 óra |
| Ellenőrzés, számonkérés | 6 óra |
| Az összes óraszám | 64 óra |

*Sorozatok 8 óra*

Cél:

-A számtani és mértani sorozat általános tárgyalása, s ezeknek összetett gyakorlati alkalmazásokban való megmutatása (pl. kamatos-kamat számítás, törlesztési feladatok, járadékszámítás).

-Sorozatokkal kapcsolatos újabb fogalmak (monotonitás, konvergencia, korlátosság) kialakítása és feladatokon való alkalmazása.

-A számtani és mértani közepek közötti egyenlőtlenség ismerete n db pozitiv szám esetén

- Különbözőbecslési eljárások megismerése és alkalmazásuk

-Végtelen tagú összegre példák (pl. 6/10 + 6/100 + 6/100 +... értelmezhető, összege 2/3 ).

-A végtelen mértani sor összegképletének használata gyakorlati jellegűfeladatokban is.

Követelmény:

-Ismerjék és tudják alkalmazni a számtani és mértani sorozat n-edik tagjára és összegére vonatkozó képleteket bizonyítással együtt.

-Értsék a sorozat korlátosságának, monotonitásának, konvergenciájának fogalmát, s konkrét esetekben tudják meghatározni a sorozat határértékét.

-Ismerjék a sorozat határértékének néhány fontos tulajdonságát, a határátmeneti tételeket.

-Ismerjék a végtelen mértani sort, tudják, hogy mikor van véges összege, ismerjék az összegképlet levezetését.

-Tudják, hogy a végtelen szakaszos tizedestört hogyan és miért írható fel két egész szám hányadosaként.

Előzmény:

A sorozatokról a korábbi években tanultak ismerete.

A teljes indukciós bizonyítási eljárás ismerete.

Két pozitiv szám számtani és mértani közepe közti összefüggés ismerete.

Tartalom:

- A számtani és a mértani sorozat fogalmának ismétlése.

- Az n-edik tag és az összegképlet.

- Sorozatok korlátossága, monotonitása.

- Alternáló sorozatok, nullsorozatok.

- Sorozatok konvergenciája,illetve divergenciája.

- Néhány nevezetes sorozat; a valós számok közelítőtörtjeinek sorozata.

- A konvergens sorozatok néhány tulajdonsága.

- Határátmeneti tételek és ezek alkalmazásával határértékszámítások.

- "Rendőrelv"

- A végtelen mértani sor.

- A konvergens mértani sor összege.

- A tizedes törtek és a mértani sor.

- A végtelen szakaszos tizedes tört zárt alakja.

*Az analízis elemei I. 12 óra*

Cél:

-Az analízis elemei bővítik a függvényekről kialakult képet.

-Megismerkednek a tanulók a véges helyen és végtelenben vett függvényhatárérték fogalmával.

-A folytonos függvények és differenciálhányados fogalma a matematikában, a természettudományokban egyaránt igen fontos szerepet játszik (érintő, sebesség, gyorsulás stb.). Ezzel, továbbá néhány elemi függvény differenciálási szabályával célszerűmegismertetni azokat a tanulókat, akik tovább tanulásukban a matematikát használni fogják.

-Elérendő, hogy a tanulók olyan függvények vizsgálatát is el tudják végezni, olyan szélsőérték feladatokat is meg tudjanak oldani, melyek a gyakorlatban lényegesek, ugyanakkor elemi függvényvizsgálatokkal ez nem megy.Fontos, hogy újabb becslési módszerekkel is megismerkedjenek, tudják alkalmazni a kétoldali közelítés módszerét egyszerűbb esetben.

Követelmény:

- Ismerjék az összetett függvény fogalmát.

- Ismerjék a tanulók a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát.

-Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó különböző típusú határértékét megállapítani.

- Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre.

- Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát, geometriai és fizikai tartalmát.

- Ismerjék a magasabbrendű derivált fogalmát.

- Ismerjék az összeg, szorzat, hányados és összetett függvények deriválási szabályát.

- Tudjanak polinomot, trigonometrikus függvényeket és összetett függvényeket differenciálni.

-Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit.

- Ismerjék a konvexitás fogalmát, a konvexitás és a második derivált kapcsolatát. Önállóan tudják ezen ismereteket feladatokban alkalmazni.

Előzmény:

A korábbi években tanult függvény fogalom és függvénytulajdonságok ismerete.

Tartalom:

-Függvény folytonossága.

-A folytonos függvények tulajdonságai: műveletek a folytonos függvényekkel.

-Zárt intervallumon folytonos függvények.

-Függvény véges és végtelen határértéke az x0 pontban.

-Függvény véges és végtelen határértéke a végtelenben.

-Határátmeneti tételek és alkalmazásuk határértékek kiszámítására. "Rendőr-elv".

-A differenciálhányados, a differenciálhatóság, a deriváltfüggvény. Magasabbrendű deriváltak.

-Görbék érintője. A derivált és az érintő kapcsolata.

- A derivált fizikai jelentése: sebesség-, gyorsulásfüggvény.

- Kapcsolat a differenciálható és a folytonos függvények között, műveletek a differenciálható függvényekkel.

-A monoton függvények és a differenciálható függvények kapcsolata, a monotonitás vizsgálata.

-Összeg-, szorzat-, hányados-, polinomok-, összetett- és trigonometrikus függvények deriváltja.

-A függvény szélső értéke és a derivált közötti kapcsolat.

-A függvénymenet vizsgálatára, a szélsőértékekre vonatkozó tételek. (Egy-két tétel bizonyítással.)

-A konvexitás fogalma. Konvex és konkáv függvények. A második derivált.

.

*Az analízis elemei II. 5 óra*

Cél:

Az integrálszámítás elemeivel olyan eszközhöz juttatni a tanulókat, melyek mind matematikai feladatokban(pl. terület és térfogatszámítás), mind a fizikában (pl. sebességből az út meghatározása, a végzett munka kiszámítása) alkalmazható. További tanulmányaikat előkészíteni az integrálszámításban megismert módszerek s tételek alkalmazási szintűtudásával.

Követelmény:

Ismerjék a tanulók a kétoldali megközelítés módszerét. Tudják a négyzetszámok összegére vonatkozó képlet levezetését. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságait, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatokban alkalmazni.

Előzmény:

Az egyenletek, egyenlőtlenségek témakörben tanultak, nevezetes egyenlőtlenségek, közepek, a függvényekről, sorozatokról, a differenciálszámítás elemeiből tanult ismeretek. A terület és térfogatszámítás elemi ismeretei.

Tartalom:

-A parabolikus háromszög területe.

-Alsó és felsőközelítő összegek.

-A négyzetszámok összege.

-A határozott integrál fogalma és tulajdonságai.

-Az integrál mint a felsőhatár függvénye.

-A primitív függvény fogalma és tulajdonságai

-A Newton-Leibniz tétel.

-A határozott és határozatlan integrál alkalmazása geometriai és fizikai problémák megoldására.

*Geometriai mértékek 3 óra*

Cél:

-A geometriai ismeretek rendszerezése, alkalmazása.

- A geometria-tanítás egyik fontos feladata a gyakorlati életben előforduló síkidomok definícióinak, testek származtatási módjának ismerete. A terület, felszín, térfogat szemléletesen megismert fogalmát az analízis segítségével pontosíthatjuk. A kerület, terület, felszín, térfogatképletek átismétlése, s néhánynak az integrálszámítás segítségével történő bizonyítása.

Követelmény:

Ismerjék a sokszög fogalmát, a speciális sokszöget, a kör és részeinek értelmezését és tulajdonságait.

Ismerjék a hasáb, forgáshenger, gúla, forgáskúp, csonkagúla, csonkakúp, gömb származtatását.

Ismerjék a terület és a térfogat fogalmát, mint mértékelméleti fogalmat.

Tudják a sokszögek területének képletét igazolni.

Tudják a konvex poliéderek térfogatának képletét igazolni.

Ismerjék a gyakran használt kerület-, terület-, felszín-, térfogatképleteket, s ezeket tudják matematikai, fizikai, technikai feladatokban alkalmazni.

Elõzmény:

A geometriai alakzatokkal, mértékekkel, s az integrállal kapcsolatban korábban tanult ismeretek tudása.

Tartalom:

- A terület fogalma és tulajdonságai.

- A téglalap területének meghatározása kétoldali közelítés módszerével a terület definicióra építve.

- A paralelogramma területe, átdarabolások.

- A trapéz, a háromszög és sokszögek területe, a képletek felhasználása összetett feladatok megoldására.

- A kör területe.

- A görbe vonalú síkidomok területe.

- Területszámítás integrál segítségével.

- A térfogat fogalma és tulajdonságai.

- A téglatest térfogatának meghatározása kétoldali közelítés módszerével a definícióra építve.

- Hasábok, gúlák, csonka gúlák, poliéderek térfogata.

- Henger, kúp, csonka kúpok, gömb és forgástestek térfogata.

- Az integrál alkalmazása a térfogat kiszámításában. Néhány test felszíne.

*Térgeometria 2 óra*

Cél:

-A korábbi években tanult térgeometriai ismeretek (térelemek távolsága, szöge) kiegészítése, s alkalmazása gyakorlati feladatokban.

-A térszemlélet fejlesztése.

Követelmény:

-Ismerjék a térelemek távolságát, szögét.

-Tudjanak térbeli feladatokhoz rendezett ábrát készíteni, ezeknek tudják bizonyos metszeteit megfelelően szemléltetni, és pontos hivatkozásokat tudjanak készíteni az egyes részletekhez. Tudják ezeket testekkel kapcsolatos számításokban alkalmazni.

- Ismerje a kocka, paralelepipedon, a szabályos gúlák, szabályos testek alaptulajdonságait. Ezeket a testeket térhálóból is készítse el. Ezekben a testekben tudjon hajlásszögeket, távolságokat számítani elemi úton, vektorokkal vagy koordináta-módszerrel.

Elõzmény:

Az elemi sík- és térgeometriából, a szerkesztésekből, számításos eljárásokból korábban tanultak ismerete.

Tartalom:

-Térelemek távolsága, szöge.

A kocka, paralelepipedon, a gúlák, szabályos gúlák, szabályos testek felépítése. Metszetek készítése. Hajlásszögek és távolságok meghatározása elemi úton, vektorokkal és koordináta-módszerrel.

A tanult testek térhálójának, metszetek elkészítése.

*Rendszerező összefoglalás 28 óra*

Cél:

Az évek során tanult matematika anyag rendszerezésének, a tanult témakörök súlyponti fogalmainak, összefüggéseinek, megoldási eljárásainak ismétlésével, az anyagrészek közötti kapcsolatok megmutatásával, feladatok megoldásával az emelt szintűírásbeli és szóbeli érettségires a felsőoktatásban való sikeres részvételre felkészítés.

Követelmény:

Tudják a tanulók a tanult fogalmak definícióját, tételeket (egyesek bizonyítását reprodukálni is), biztosan használják a tanult algoritmusokat, módszereket. Lássák a matematika különbözőterületei közötti kapcsolatokat, a matematikának a tudományokban és a gyakorlatban való felhasználhatóságát. Legyenek képesek a fogalmakat, összefüggéseket, eljárásokat a matematikában s más műveltségi területek megfelelőfeladataiban alkalmazni.Lássák a kapcsolatot az informatikában tanultakkal, tudjanakszámítástechnikai módszerek alkalmazásával is megoldanibizonyos matematikai problémákat. Ismerjék a matematikatörténet, kultúrtörténeti fontos összefüggéseit. Ismerjenek néhány kiemelkedő tudóst a matematikusok társadalmából. (Bolyai János, Pitagorasz, Thalesz, Euklidesz, Descartes, Euler, Fermat, Newton, Erdős Pál, Lovász László)

Előzmény:

A tanterv korábbi évfolyamain s a 12. évfolyam új témáiban előírt követelmények teljesítése.

Tartalom:

GONDOLKODÁSI MÓDSZEREK 4 óra

a) Halmazok, matematikai logika

Halmazok megadási módjai, részhalmaz, kiegészítőhalmaz.Venn-diagramok

Halmazok közötti műveletek. Kétféle disztributivitás, De Morgan azonosságok.

Állítások, logikai értékük.

Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció,ekvivalencia.

Univerzális és egzisztenciális kvantor.

b) Kombinatorika

Permutáció, variáció, kombináció.

Binomiális tétel. Pascal-háromszög.

Gráfok.

SZÁMTAN- ALGEBRA 4 óra

a) Számfogalom, műveletfogalom, számolási eljárások

A természetes, az egész, a racionális és a valós számok halmaza.

Az alapműveletek és tulajdonságaik.

Közelítőértékek, kerekítések.

Számelméleti alapfogalmak. Oszthatósági alapismeretek.

Az euklideszi algoritmus.

Diophantoszi egyenletek, egyszerűbbek megoldása.

b) Egyenletek, egyenlőtlenségek, lineáris algebra elemei

Az egyenletek függvénytani és logikai értelmezése.

Az alaphalmaz szerepe. A megoldás (gyök).

fogalma és meghatározási módjai.Számítógépes módszerrel is.

Ekvivalens és nem ekvivalens átalakítások.

Az ellenőrzés szerepe.

Paraméteres feladatok.

Azonosságok.

Egyenletrendszerek.

Középértékek, nevezetes egyenlőtlenségek alkalmazása.

A fokozatos közelítés módszere.

Algebrai törtes, exponenciális és logaritmusos egyenlőtlenségek.

Szöveges feladatok.

FÜGGVÉNYEK, SOROZATOK 8 óra

a) Speciális függvények

A függvény fogalma.

Speciális függvények: konstans, lineáris-, másodfokú-, abszolutérték-, exponenciális-, logaritmus-, trigonometrikus függvények.

A függvények grafikonja s elemi tulajdonságai: zérushely, növekedés. fogyás, korlátosság, szélsőérték, konvexitás periodicitás, paritás.

Összetett függvények.

Kamatos kamat számítása, járadékszámítás.

Függvény transzformációk. Függvényábrázolási módszerek számítógépes programmal is( pl. a DERIVE program segítségével)

b) Sorozatok

A sorozat fogalma.

Számtani, mértani sorozat.

Sorozatok korlátossága, monotonítása, konvergenciája.

A végtelen mértani sor.

c) Analízis

Függvény határértéke, folytonossága.

Differeciálhányados, derivált függvény.

Differenciálási szabályok;

függvény-vizsgálat differenciálás segítségével.

A határozott integrál, a primitív függvény fogalma.

A tanult függvények primitív függvényei.

Newton-Leibniz tétel.

GEOMETRIA 8 óra

a) Geometriai alakzatok, bizonyítások

A geometria alapjai: axiomarendszerek. Ellentmondásmentesség kérdése.

Nevezetes ponthalmazok, síkidomok, testek, tulajdonságaik. Elemi sík és térgeometriai tételek.

b) Geometriai transzformációk

Egybevágósági és hasonlósági transzformációk, tulajdonságaik. Szerepük a bizonyításokban és a szerkesztésekben.

c) Vektorok, trigonometria, koordináta-geometria

A vektor fogalma, műveletek a vektorok körében.

Vektorok koordinátái.

Hegyesszög szögfüggvényei. Sinus- és cosinustétel.

A háromszög hiányzó adatainak trigonometriával való meghatározása.

Az egyenes egyenletei, egyenletrendszere (síkban és térben).

Két pont távolsága.

A kör egyenletei.

A kúpszeletek definíciója, egyenlete.

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS, STATISZTIKA 3 óra

Statisztikai alapfogalmak: módus, medián, átlag, szórás, várható érték. Grafikonok, táblázatok készítése és olvasása. Számítógépes módszerek számsokaság statisztikai jellemzésére.

Valószínűségi kísérletek, gyakoriság, relatív gyakoriság. A valószínűség kiszámítási módjai.A valószínűségi változó, binomiális eloszlás. A nagy számok törvénye.

MATEMATIKATÖRTÉNETI, KULTÚRTÖRTÉNETI VONATKOZÁSOK 1 óra

Az ókori, különösen a görög matematika.

A számírás története. A tudomány fejlődése

Newton és Leibniz idején: az analizis előretörése. Az axiómák és a párhuzamossági axióma:

Bolyai János élete és munkássága. A halmazelmélet fejlődése. A modern matematika: Neumannn János, Erdős Pál, Lovász László.